МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Уральский федеральный университет имени

первого Президента России Б. Н. Ельцина»

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ СИСТЕМ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**К ПРОЕКТУ ПО МОДУЛЮ**

Екатеринбург

2018

Содержание

[1. Общая форма задания для проекта по модулю 3](#_Toc508213457)

[2. Имитационная модель «Одноканального передатчика кадров с буфером ограниченной емкости» 4](#_Toc508213458)

[3. Имитация случайных величин и выбора по заданному закону распределения вероятностей 9](#_Toc508213459)

[4. Типовая аналитическая модель «Разомкнутая СМО с потерями заявок» (с ограничением емкости накопителя) 10](#_Toc508213460)

[5. Варианты заданий для проекта по модулю 12](#_Toc508213461)

[6. Требования к представлению и оформлению результатов 13](#_Toc508213487)

# 1. Общая форма задания для проекта по модулю

**Общее задание**: на любом языке программирования создать и реализовать имитационную модель «Одноканального передатчика кадров с буфером ограниченной емкости», рассчитать типовые характеристики этой модели на основе аналитических выражений и сравнить полученные результаты вычислений с результатами имитационного моделирования.

**Типовые характеристики модели для расчета**: коэффициент (вероятность) потерь *P*П, средняя длина очереди .

**Типовые параметры модели** (зависят от варианта): среднее время между появлениями заявок на входе τвх, среднее время обслуживания/передачи τп.

Студенты выбирают свои параметры задания для проекта по модулю в соответствии со своим **вариантом**, который определяется по последним **двум цифрам** студенческого билета. В случае если последние две цифры превышают **25**, то следует использовать номер варианта в виде целого остатка от деления последних цифр студенческого билета по модулю **25**.

# 2. Имитационная модель «Одноканального передатчика кадров с буфером ограниченной емкости»

Имитационная модель (ИМ) строится на основе детальной описательно-содержательной модели системы: определяются дискретные состояния *zi* и возможные изменения состояний – переходы *zi* → *zj*, вызываемые соответствующими случайными причинами – факторами переходов. Эти факторы описываются интервалами времени их действия τ (постоянными *const*, или τ = f (ν), где ν – некоторая определенная переменная модели, или τ – случайная величина).

Используется принцип “δz” – принцип изменения состояния. Имитируются переходы из состояний *zi* в состояние *zj* в последовательности возрастания реального времени t, значения которого имитируются переменной текущего модельного времени T.

В общей модели переходы *zi* → *zj* моделируются как изменение состояний (“δz”), то есть изменение переменных в модели в случайные точечные моменты T. Возможны любые значения времени Т, поэтому оно названо непрерывным временем. Изменения состояний (переходы) рассматриваются как случайные события, вызванные действием случайных факторов – случайных переменных в алгоритме ИМ. Такое ИМ называют событийным.

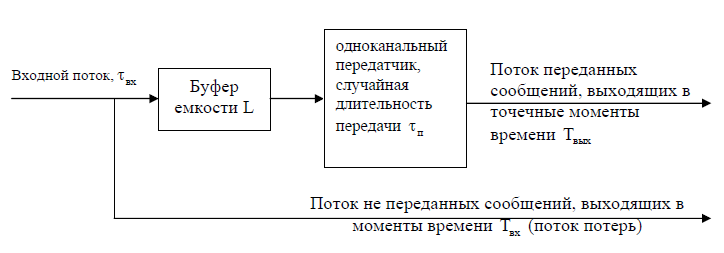


Рисунок 1 – Модель одноканального передатчика кадров с потерями

Составляется ориентированный граф состояний в качестве концептуальной схемы модели (КС), которая дополняется полным описанием работы модели. Вершины графа – это состояния *zi*, для которых можно указать факторы переходов τ. Дуги графа – это возможные переходы *zi* → *zj*, на дугах можно указать *Tij* - моменты текущего модельного времени переходов, определяемые интервалами действия факторов.

Сообщения входят в модель в точечные моменты времени, разделенные случайными интервалами τвх. Каждый вход и выход сообщения – текущее событие. Вход сообщения в буфер (и без задержки сразу в передатчик, если он не занят передачей) или потеря сообщения происходят в случайные моменты времени Tвх, определяемые внешним фактором τвх, окончание которого является причиной изменения состояния – перехода *zi* → *zj*. Длительность записи сообщения в буфер считается малой величиной и не моделируется отдельно.

Моменты Tвых сообщений определяются внутренним случайным фактором τп. Зайдя в передатчик, сообщение находится в нем в течение τп. При окончании τп в момент выхода Tвых сообщение покидает передатчик, и в тот же момент в него поступает сообщение из буфера, если он не пуст. Если буфер пуст, то передатчик простаивает: τп могут дать непрерывную передачу нескольких сообщений, но процесс передачи может прерываться (в отличие от τвх, целиком непрерывно заполняют текущее время моделирования). Когда передатчик занят (τп не закончился), то поступающее сообщение ожидает в очереди буфера, если он не полон. Иначе сообщение теряется. Состояние *zi* в этой модели полностью определяется переменной *n* – количеством сообщений в модели, *n* называют переменной состояния.

Для L = 2:



Тогда полный граф состояний:



Окончание факторов переходов τвх и τп определяет изменения состояния в моменты модельного времени Т = Tвх или Т = Tвых. При найденном Т необходимо имитировать следующие значения факторов и определять будущие (по отношению к текущему моменту Т) значения моментов времени:

Tвх = Т + τвх если Т было определено окончанием τвх,

Tвых = Т + τп, если Т было определено окончанием τп и n ≠ 0.

Указанные на графе в состояниях z2, z3, z4 факторы τвх и τп могут начинаться в состояниях, в которых факторы указаны, или τвх и τп продолжаются в этих состояниях, начавшись ранее в предшествующих состояниях. В z1 всегда начинается интервал τвх, заканчивающийся также в z1.

В состоянии z4 окончание τвх раньше, чем τп, не вызывает изменения состояния, и при Т = Твх необходимо имитировать потерю заявки, а при окончании τп раньше, чем τвх, надо имитировать переход z4 → z3 при Т = Твых.

Обобщение всего вышесказанного даёт приведенная ниже схема алгоритма событийного моделирования (одноканального передатчика с ограниченной ёмкостью L буфера по принципу δz) для программирования с одной частной целью моделирования: определение коэффициента потерь.



Рисунок 2 – Блок-схема алгоритма ИМ

На схеме использованы обозначения:

*n* – переменная состояния (количество заявок в модели);

*N*вх – текущее количество поступивших на вход заявок;

*N*пот – количество потерянных заявок;

*K*п – коэффициент потерь;

*L* – ёмкость буфера;

*N*м – заданное максимальное число входных заявок – условие окончания моделирования;

ГСЧ – генератор случайных чисел *x*;

*φ*1, *φ*2 − функции, преобразующие равномерно распределенную случайную величину *x* в экспоненциально распределенные τвх и τп.

Начальное значение ГСЧ используется, чтобы получить псевдослучайную воспроизводимую последовательность случайных чисел *x*.

Блоки на схеме – операции событийного моделирования:

1 – задание начальных значений для одного прогона модели;

2, 3, 6, 13 – имитация времени будущих событий изменения *zi* → *zj*;

7 – контроль окончания моделирования;

8 – определение времени ближайшего события и вида наступающего состояния в переходе;

4, 9, 11, 12 – изменение состояния (фиксация и использование переменной состояния для разветвлений алгоритма);

5, 10 – счётчики;

14, 15 – получение и вывод результатов.

Этот алгоритм полностью отображает работу КМ.

# 3. Имитация случайных величин и выбора по заданному закону распределения вероятностей

От стандартного ГСЧ для имитации обычно получают псевдослучайные последовательности чисел *x*∈[0;1], начиная с заданного значения (начальное значение ГСЧ – “зерно”), с равномерным распределением вероятностей (“псевдослучайные”, то есть воспроизводимые, задаваемые зерном ГСЧ).



Для имитации других распределений используется данный ГСЧ (0;1) и однозначное функциональное преобразование случайной величины *x* в имитируемую случайную величину *τ* = *φ*(*x*), например, на основе метода обратной функции или с помощью метода Неймана.

Если задано экспоненциальное распределение для с.в. *β*:

а) – нелинейное преобразование.

б) – более прямое преобразование.

Для имитации случайного выбора исхода при заданных вероятностях исходов :

, отрезок [0;1] делится на под-отрезки, пропорциональные соотношению заданных вероятностей. При попадании случайного числа в заданный под-отрезок – выбирается соответствующий исход с заданной вероятностью.

# 4. Типовая аналитическая модель «Разомкнутая СМО с потерями заявок» (с ограничением емкости накопителя)



Рисунок 3 – Аналитическая модель, *m* = 1 для одноканальной сети,



Рисунок 4 – Стационарные вероятности состояний одноканальной модели из рис. 3

На основе рис. 3 и рис. 4 типовые характеристики для одноканальной СМО рассчитываются следующим образом (при известном ):

1. Коэффициент/вероятность потерь заявок:

Для ,

Для ,



1. Средняя длина очереди:

Для ,

Для ,

# 5. Варианты заданий для проекта по модулю

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

1. .

# 6. Требования к представлению и оформлению результатов

Проект по модулю должен обладать следующими признаками:

− быть выполнен **лично студентом** согласно определенному заданию преподавателя в соответствии с вариантом;

− представлять собой **законченную разработку**;

− демонстрировать достаточную **компетентность автора**;

− содержать элементы строгого **оформления** подобных работ, язык изложения полученных результатов должен быть формальным и научным.

Результатом работы студента являются **программное** **приложение** и оформленная **пояснительная записка**. Весь код функций и программы добавляется в приложение в конце ПЗ. У ПЗ должен быть оформлен грамотный титульный лист. К пояснительной записке также прилагается подписанное задание на проект по модулю по указанной дисциплине.